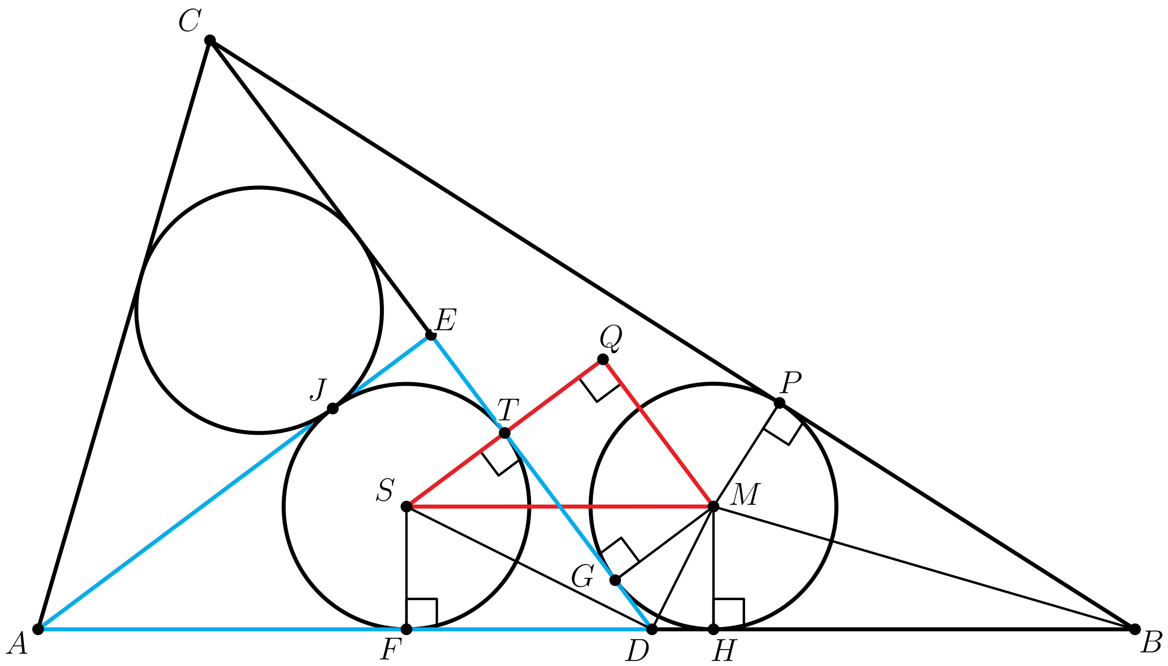
Løsningsforslag H1 - 1



Løsningsforslaget er laget av Skage Hansen

Ettersom $\triangle ACD$ er en likebeint trekant og E er midtpunktet på CD, er $\angle CEA = \angle AED = 90°$. Vi setter $AE = d$, $DH = DG = x$, $AD = a$ og $CE = DE = c$. Vi har at

$$CG = CP = CD - DG = 2c - x \tag{1}$$

$$AH = AD + DH = a + x \tag{2}$$

Ettersom $AB = BC$, er $AH = CP$, altså er

$$a + x = 2c - x \tag{3}$$

$$x = \frac{2c - a}{2} \tag{4}$$

Vi har at

$$MQ = TG = DE - ET - DG = c - r - \frac{2c - a}{2} = \frac{2c - 2r - 2c + a}{2} = \frac{a - 2r}{2} \tag{5}$$

$\triangle ADE \sim \triangle SMQ$ fordi begge er rettvinklede, $AD \parallel SM$ og $AE \parallel SQ$ (da er $\angle DAE = \angle MSQ$). Dermed har vi at

$$\frac{MQ}{SQ} = \frac{DE}{AE} \tag{6}$$

$$\frac{\frac{a-2r}{2}}{2r} = \frac{c}{d} \tag{7}$$

$$\frac{a-2r}{4r} = \frac{c}{d} \tag{8}$$

Videre har vi at $AF = AJ = AE - EJ = d - r$ og $DF = DT = DE - TE = c - r$. Da er

$$AD = AF + DF \tag{9}$$

$$a = d - r + c - r \tag{10}$$

$$a - 2r = d - 4r + c \tag{11}$$

Vi setter uttrykket for $a - 2r$ fra likning (11) inn i likning (8):

$$\frac{d - 4r + c}{4r} = \frac{c}{d} \tag{12}$$

$$d^2 - 4dr + cd - 4cr = 0 \tag{13}$$

$$d(d - 4r) + c(d - 4r) = 0 \tag{14}$$

$$(d + c)(d - 4r) = 0 \tag{15}$$

Altså er $d = 4r$ eller $d = -c$. Ettersom d er en lengde, forkaster vi den negative løsningen for d, og får da at $d = AE = 4r$. Følgelig er

$$\frac{AE}{r} = 4 \tag{16}$$