

Mängder av ris

Geometrisk talföljd

En talföljd är en rad av tal enligt ett bestämt mönster. Det finns många olika typer av talföljder. I boken Da Vinci-koden av Dan Brown spelar den kända talföljden "Fibonaccis talföljd" en central roll. Här ska vi nu titta närmare på en typ av talföljd.

Vilket är nästa tal i följande tre talföljder:

1.	1	2	4	8	16	?
2.	4	12	36	108	?	
3.	1600	400	100	25	6,25	?

Detta är tre exempel på geometriska talföljder. Kravet på dem är att nästa tal i talföljden alltid beräknas genom att multiplicera det föregående med en bestämd konstant. Konstanten betecknas k .

4. Vilken är konstanten i talföljden i uppgift 1?
5. Vilken är konstanten i talföljden i uppgift 2?
6. Vilken är konstanten i talföljden i uppgift 3?
7. Vilket är det 10:e talet i talföljden i uppgift 1?
8. Vilket är det 20:e talet i talföljden i uppgift 2?

I många matematiska problem är det intressant att kunna beräkna summan av t.ex. de tio första talen i en geometrisk talföljd. Är det bara tio tal som ska summeras är det enkelt men om uppgiften är att summera de 100 första talen blir det genast jobbigare. Tur att det finns en formel!

$$\text{Summan av de } n \text{ första talen i en geometrisk talföljd} = \frac{\text{Starttalet} \cdot (k^n - 1)}{k - 1}$$

Uppgift: Vad är summan av de fyra första talen i följande geometriska talföljd:
5 15 45 135 405 1215 3645

Lösning: Starttalet (det första talet i talföljden) = 5
Att de fyra första talen ska summeras innebär att $n = 4$
Konstanten $k = 45/15 = 3$.

$$\text{Summan av de fyra första talen} = \frac{5(3^4 - 1)}{3 - 1} = 200$$

Kontroll: $5 + 15 + 45 + 135 = 200$

Träna på att använda formeln i följande uppgifter

9. Vad är summan av de fyra första talen i uppgift 1?
10. Vad är summan av de tre första talen i uppgift 2?
11. Vad är summan av de fem första talen i uppgift 3?

Myt från Schackets barndom

Det finns en myt om att Schackspelet uppfanns till en konung i Indien. Spelets uppfinnare, den vise Sessa, gav konungen en lektion i spelet som lär ha gjort ett starkt intryck på honom. Konungen ville då visa sin tacksamhet och lovade därför den vise mannen att han skulle få önska sig vad han ville. Sessa önskade sig då en till synes blygsam belöning och bad att man ur kungens förråd skulle ge honom ris. På schackbrädets första fält skulle ett korn placeras, på det andra två korn, på det tredje 4 korn, på det fjärde 8 korn och så vidare på schackbrädets alla 64 rutor, varvid portionen varje gång skulle fördubblas. Kungen gick villigt med på detta.

12. Hur många riskorn skulle Sessa totalt få enligt överenskommelsen?
13. Om man lägger alla de riskornen efter varandra. Hur lång blir den raden?
(Svara t.ex. i varv runt jorden)
14. Antag att man täcker hela Sverige med den rismängden. Hur högt skulle det lagret vara?

Fibonaccis talföljd

En talföljd behöver inte vara geometrisk utan den kan vara uppbyggd på andra sätt. Fibonaccis talföljd är inte geometrisk och den börjar så här: 0 1 1 2 3 5 8 13

15. Hur är Fibonaccis talföljd uppbyggd?

